Arnaud RAOUX (arnaud.raoux@sorbonne-universite.fr)
https://www.phys.upmc.fr/~araoux/

TD 8 : Optique dans les semi-conducteurs et diode lasers

Dans ce TD, on s'intéresse à une classe de lasers construits à partir de semi-conducteurs : les diodes lasers. Rappelons que pour obtenir un effet laser, il y a besoin de deux éléments fondamentaux : une amplification par un milieu à gain et une cavité optique.

1 Optique dans les semi-conducteurs

Avant d'étudier l'effet laser dans les semi-conducteurs, on s'intéresse dans cette partie à l'interaction entre photons, électrons et trous, près du gap du semi-conducteur. *In fine*, on cherche à déterminer le taux d'absorption net R_{abs} d'un tel milieu.

1. Rappeler la définition du *gap* d'un semi-conducteur, son ordre de grandeur, ainsi que la structure de bandes d'un semi-conducteur à *gap* direct. Qu'est-ce que la densité d'états ? Que représente le vecteur $\vec{k}$?

2. À l'équilibre thermique, quelle est la probabilité qu'un état d'énergie E soit occupé ?

3. Pour un processus d'absorption de lumière visible, donner les ordres de grandeur des vecteurs d'onde en jeu. En déduire approximativement le vecteur d'onde final de l'électron ayant absorbé le photon.

4. On cherche à déterminer le nombre de processus qui autorisent l'absorption d'un photon d'énergie $\hbar\omega$ en respectant la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

(a) Dans le cas d'une approximation quadratique des relations de dispersion proche du *gap*, exprimer les énergies $E_v(\vec{k})$ et $E_c(\vec{k})$ en fonction du *gap* E_g. On prend le zéro d'énergie au niveau du haut de la bande de valence.

(b) En déduire une expression simple de l'énergie du photon $E_{\vec{k}} = \hbar\omega$ absorbé en fonction de $\vec{k}$.

(c) Déterminer le nombre (ou densité) d'états par unité de volume et d'énergie $\rho_j(\hbar\omega)$ accessibles pour réaliser le processus d'absorption. Cette grandeur s'appelle la *densité d'état jointe*.

5. Reste maintenant à déterminer si le remplissage de ces états permet effectivement de réaliser un processus d'absorption. Pour cela, utilisons le formalisme des coefficients d'Einstein.

(a) Donner la définition dans le cas d'un atome à deux niveaux des trois coefficients d'Einstein A, B_{21} et B_{12} relatifs aux processus d'émission spontanée, stimulée et d'absorption respectivement, pour une densité de photons $u(\hbar\omega)$.

(b) Revenons dans le cas d'un semi-conducteur. En calquant les expressions précédentes, exprimer les taux d'absorption, d'émission stimulée et d'émission spontanée.

(c) Sans tenir compte de l'émission spontanée, en déduire l'expression du taux d'absorption **net** $r_{\text{abs}}(\vec{k})$ pour une densité de photons $u(\hbar\omega)$.

(d) Calculer l'absorption totale R_{abs} provoquée par une onde monochromatique à ω_0.

(e) Est-il possible d'avoir un effet laser à l'équilibre ?

(f) Proposer sans calcul une expression pour le taux d'émission spontanée. La simplifier dans le cas où les fonctions de Fermi-Dirac peuvent être approximées à des fonctions de Boltzmann.

Lorsqu'on applique une tension sur le semi-conducteur ou qu'on l'éclaire avec de la lumière, on sort de l'équilibre et la description précédente avec la fonction de Fermi n'est en général plus vérifiée. Les processus d'intérêt sont donc le plus souvent hors d'équilibre.

Dans ce cas, les populations d'électrons et de trous ne sont plus en équilibre entre eux, ni même avec le réseau. Un concept dû à Fermi est que faiblement hors d'équilibre, on peut continuer à décrire ces populations avec des fonctions de Fermi. Le niveaux de Fermi E_F est remplacé par des *quasi-niveaux de Fermi*

$$E_{\text{F,c}} = E_c - kT\ln\left(\frac{N_c}{n_e}\right) \qquad \text{et} \qquad E_{\text{F,v}} = E_v - kT\ln\left(\frac{N_v}{n_t}\right) \tag{1}$$

où n_e et n_t sont respectivement les densités d'électrons et de trous dans le milieu (supposées très grandes devant les densités dues à l'agitation thermique), et N_c et N_v deux grandeurs relatives aux bandes.

6. Donner l'expression des nouvelles fonctions de Fermi f_c et f_v qui donne les populations des électrons et des trous respectivement. Adapter l'expression du taux d'absorption de la question **5.**(c) à cette situation.

7. Est-il possible de rendre le milieu transparent ?

Ces quasi-niveaux de Fermi sont fonction de la densité des porteurs de charges. Plus il y a de trous et d'électrons, plus les deux niveaux sont écartés. L'objectif dans la suite est d'apporter des porteurs de charge en imposant un courant électrique dans le semi-conducteur.

2 Fonctionnement d'une LED

Une LED n'est jamais un semi-conducteur seul, il s'agit souvent d'une jonction $p - n$. En effet, une telle jonction de deux semi-conducteurs est un milieu où il est facile d'apporter des courants d'électrons J_e et de trous J_t. La proximité spatiale des porteurs de charges au niveau de la jonction permet une recombinaison électron-trou (qui va compenser cet apport de charges). Pour simplifier, on suppose que la densité d'électrons au niveau de la jonction est la même que celle des trous : $n_e = n_t = n$.

8. Justifier que $J_e = J_t$. On le notera simplement J par la suite.

9. Ce courant de particules entrant dans la jonction est compensé par plusieurs mécanismes de recombinaison. À l'équilibre, on écrit :

$$\frac{J}{qd} = An + Bn^2 + Cn^3 \tag{2}$$

avec d la taille de la jonction. Selon vous, quel est le processus qui correspond à une recombinaison radiative électron-trou ? Proposer une justification des autres termes.

10. Avec la partie précédente, justifier que la longueur d'onde de la lumière émise dépend de la température. Comment varie la largeur spectrale de la lumière émise selon la longueur d'onde ?

La densité de porteurs est donc reliée au courant injecté par la relation (2). Si on augmente suffisamment J, on arrivera dans un régime hors d'équilibre où l'émission stimulée domine : le régime de *super-luminescence*.

3 Fonctionnement en diode laser

11. Pour espérer avoir un effet laser, il y a besoin d'une cavité. Celle-ci est simplement déterminée par les bords de l'échantillon. L'indice optique du GaAs étant typiquement 3,5, déterminer le coefficient de réflexion R des « miroirs ».

12. Si α (resp. γ) est le coefficient de pertes linéaires (resp. le gain par unité de longueur) dans le milieu et L la longueur effective de la cavité, déterminer l'expression du gain linéique nécessaire γ_{seuil} pour obtenir une amplification laser. Dans les lasers à gaz, on cherche à avoir un très bon R pour abaisser ce seuil. Qu'en est-il dans les diodes lasers ?

13. Lorsque γ atteint γ_{seuil}, celui-ci y reste saturé, tout comme la densité de porteurs $n \to n_{\text{s}}$. Dans cette situation, en rajoutant le terme d'émission stimulée $R_{\text{sti}}\, u$ à l'éq. (2) avec u le nombre de photons dans la cavité, montrer que la puissance de sortie du laser est une fonction affine du courant injecté I.

14. La taille effective de la jonction est de l'ordre de 1 µm, et la taille de l'échantillon 5 µm. Déterminer la géométrie du faisceau laser sortant de la diode.

Références

[1] Rosencher & Vinter, *Optoélectronique*, ed. Masson (1998)