Arnaud RAOUX (arnaud.raoux@sorbonne-universite.fr)
https://www.phys.upmc.fr/∼araoux/

TD 7 : Modulateur acousto-optique

Le principe de Huygens-Fresnel permet de comprendre pourquoi limiter spatialement un faisceau lumineux peut en changer drastiquement ses propriétés. Cependant, sa généralité ouvre beaucoup de possibilités, et est à l'origine du domaine de l'*optique de Fourier*.

À la place de mettre une simple ouverture sur le trajet de la lumière, on peut mettre un objet dont la transparence et l'indice vont varier spatialement. On peut ainsi moduler le front d'onde aussi bien en amplitude qu'en phase. De nombreuses technologies peuvent servir de modulateur spatial de lumière (SLM) : cristaux liquides, magnétisme, miroirs déformables, puits quantiques, etc. On étudie ici un modulateur acousto-optique (AOM). Ce dispositif est largement utilisé, par exemple pour le contrôle précis de la fréquence des lasers ou dans les lasers à commutation-Q (Q-switch).

1 Diffraction par un réseau de phase

En introduction, on s'intéresse à la diffraction d'une onde plane par un réseau de phase, les ondes incidentes et sortantes étant considérées à l'infini. On considère donc une fonction de transparence :

$$t(X,Y) = \mathrm{e}^{iA\sin(2\pi f_0 X)} \qquad \text{tant que} \qquad \begin{cases} |X| \leq L_x/2 \\ |Y| \leq L_y/2. \end{cases} \tag{1}$$

1. Rappeler la formule des réseaux, qui donne la position des maxima d'intensité lumineuse. S'applique-t-elle pour les réseaux de phase ?

2. Justifier (sans calcul) que l'on peut écrire

$$\mathrm{e}^{ix\sin\theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(x)\,\mathrm{e}^{in\theta} \qquad \text{avec} \qquad J_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{ix\sin u}\,\mathrm{e}^{-inu}\,\mathrm{d}u. \tag{2}$$

La fonction J_n ainsi définie est la fonction de Bessel d'ordre n. En déduire le développement de la fonction $t(X,Y)$.

3. Calculer l'expression de l'amplitude diffractée par le réseau de phase. On rappelle l'amplitude diffractée d'une onde dans l'approximation de Fraunhofer :

$$U(M) = \frac{U_S}{\lambda z}\iint_{\Sigma} t(X,Y)\,\mathrm{e}^{-2i\pi(f_X X + f_Y Y)}\,\mathrm{d}X\mathrm{d}Y \tag{3}$$

avec $f_X = \frac{x}{\lambda z}$ et $f_Y = \frac{y}{\lambda z}$ les fréquences spatiales, x et y étant les coordonnées sur l'écran d'observation (supposé très loin pour vérifier les conditions de Fraunhofer). Par la suite, on se placera à $f_Y = 0$.

4. En faisant l'approximation $f_0 \gg \frac{1}{L_x}$, exprimer l'intensité diffractée. Qu'est-ce que signifie cette approximation sur la figure de diffraction ?

5. Pour avoir un maximum d'intensité lumineuse dans les ordres 1 de diffraction, quelle doit-être la valeur du paramètre A ? On pourra utiliser Python pour l'application numérique. Quelle est alors la valeur du rapport de l'intensité dans l'ordre 1 sur l'intensité totale ?

6. Dans le cas d'un réseau sinusoïdal en amplitude, la figure de diffraction est très similaire à celle du réseau de traits du TD précédent. La puissance maximale défléchie dans l'ordre 1 est de 6,25 %. Quels intérêts présentent le réseau en phase par rapport au réseau en amplitude ?

2 Diffraction Acousto-Optique

Un modulateur acousto-optique est constitué d'un milieu parfaitement transparent (un liquide ou un cristal) dans lequel se propage une onde acoustique à une fréquence radio f_{RF} créée par un transducteur piézoélectrique. On note x la direction de propagation de l'onde acoustique. Par effet photoélastique, le cristal peut voir son indice optique varier, et sera de la forme :

$$n(x) = n_0 + \delta n\,\sin(2\pi x/\Lambda - 2\pi f_{\mathrm{RF}} t) \qquad \text{avec } \delta n \ll n_0. \tag{4}$$

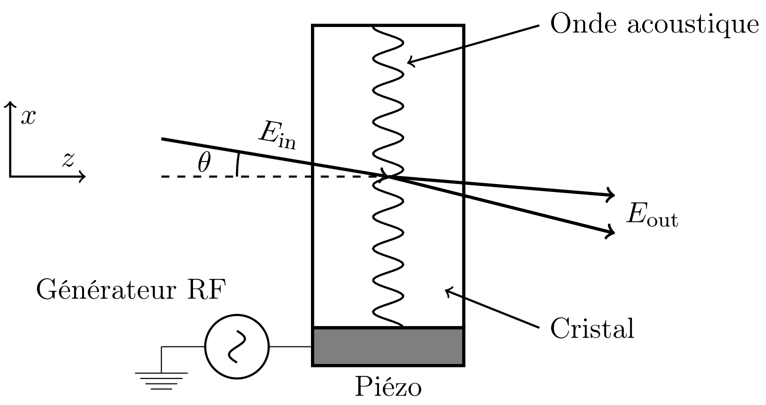

FIGURE 1 – Schéma d'un modulateur acousto-optique.

On éclaire le milieu à l'aide d'un faisceau lumineux que l'on assimile à une onde plane se propageant avec un angle θ par rapport à l'axe z de la figure 1.

Dans ce problème d'interaction entre une onde acoustique et une onde lumineuse, trois longueurs caractéristiques interviennent. On définit le paramètre adimensionné suivant :

$$\Pi = \frac{\lambda d}{\Lambda^2} \tag{5}$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière dans le milieu, Λ la longueur d'onde de l'onde acoustique, et d la largeur du milieu.

7. Calculer le paramètre Π dans les deux situations suivantes :

(a) Pour un liquide dans une cuve d'épaisseur 1 cm avec une fréquence RF de l'ordre du MHz.

(b) Pour un cristal d'épaisseur 1 cm avec une fréquence RF de l'ordre du GHz.

2.1 Régime de Raman-Nath : $\Pi \ll 1$

Dans ce régime, l'onde acoustique est très confinée latéralement (et possède alors une distribution d'impulsions très large), on suppose le milieu infiniment mince, ce problème se ramène alors au cas d'un réseau de phase mince traité dans la partie 1. On supposera que l'onde incidente arrive en incidence normale sur le milieu.

8. *Direction.* Exprimer $\sin\theta_n$ où n est le n^{e} ordre de diffraction du réseau.

9. *Fréquence.* On peut interpréter ce problème comme l'absorption puis la ré-émission d'une onde lumineuse par une onde acoustique qui se propage. Déduire de la formule du décalage Doppler l'expression de la fréquence de l'onde lumineuse diffractée d'ordre n.

10. *Amplitude.* Calculer l'intensité lumineuse diffractée dans ce régime.

2.2 Régime de Bragg : $\Pi \gg 1$

Dans ce régime qui concerne les cristaux, le milieu est épais, et l'onde acoustique peut cette fois être considérée comme une onde plane de vecteur d'onde $\vec{K}$ bien défini.

11. *Direction et fréquence.* Montrer que dans cette situation, l'onde arrivant avec $\theta = 0$ ne peut pas interagir avec le cristal. Pour quels angles θ_n est-il possible d'avoir interaction avec le milieu ?

12. Retrouver ce raisonnement à l'aide de considérations d'interférences constructives.

Dans le régime de Bragg, on peut montrer que l'ordre $n = 1$ est largement dominant. L'angle $\theta_1 = \theta_{\text{B}}$ est appelé *l'angle de Bragg*. On souhaite déterminer la répartition d'intensité lumineuse entre les ondes incidente et diffractée dans cet ordre après le cristal.

13. *Amplitude.* Soit E_0^+ (resp. E_1^+), ω_0 (resp. ω_1), k_0 (resp. k_1) les amplitude, pulsation et vecteur d'onde du champ de l'onde non déviée (resp. diffractée). On peut écrire le champ résultant sortant sous la forme :

$$E^+(z,t) = E_0^+(z)\,\mathrm{e}^{-i\omega_0 t} + E_1^+(z)\,\mathrm{e}^{-i\omega_1 t}\,. \tag{6}$$

On cherche à déterminer les poids $c_{0,1}(z)$ dans la décomposition de Fourier du champ E^+.

(a) Montrer que les coefficients vérifient le système couplé

$$\begin{cases} \partial_z c_0 = i\alpha c_0 - \frac{\beta}{2} c_1 \\ \partial_z c_1 = i\alpha c_1 + \frac{\beta}{2} c_0 \end{cases} \tag{7}$$

où α et β sont deux coefficients à déterminer.

(b) Résoudre ce système, et en déduire l'efficacité de diffraction I_1/I_{in}.

Applications de l'effet acousto-optique

Le phénomène d'interaction entre lumière et onde acoustique est très utilisé pour différentes raisons :

— **Déflecteur :** utilisé dans le régime de Bragg, il est possible de défléchir la quasi-intégralité du faisceau lumineux incident d'un angle qui dépend continûment de la fréquence RF. On peut donc guider un faisceau lumineux à haute fréquence. Ce principe est utilisé dans certains microscopes optiques et scanners optiques.

— De plus, la déflexion d'un faisceau laser est utilisée dans la technique du *Q-switching*. Cela consiste à sciemment abaisser le facteur de qualité d'une cavité laser, pour éliminer l'émission stimulée. On peut ainsi faire du pompage optique pour remplir le niveau excité (la seule limite étant l'émission spontanée), remettre un facteur de qualité grand, et obtenir ainsi brièvement une impulsion laser très intense. Pour baisser le facteur de qualité, il suffit par exemple de dévier le faisceau hors de la cavité grâce à l'effet acousto-optique ! cf. Fig. 2.

— **Modulateur :** l'interaction permet de changer très finement la fréquence optique, et de façon continue sur un (très) petit intervalle.

— **Filtre :** La diffraction de Bragg n'a lieu que pour un angle donné, donc une fréquence particulière. On peut ainsi utiliser ce phénomène pour filtrer une fréquence précise d'un faisceau spectralement large.

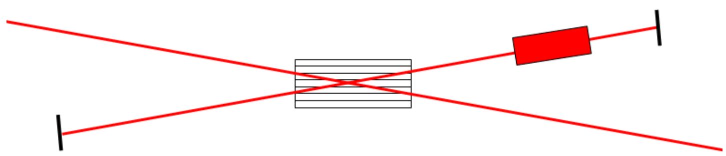

FIGURE 2 – Schéma de principe du *Q-switching* : lorsqu'on veut un grand facteur de qualité, on n'applique pas de tension RF. Le faisceau laser se réfléchit sur le miroir de gauche et reste dans la cavité. Si on branche la tension RF, le faisceau sera dévié par diffraction de Bragg hors de la cavité, et diminuera le facteur de qualité.

Références

[1] Manuscrit de thèse A. Socie, *Interaction acousto-optique dans les matériaux périodiquement structurés* (2014)