

TD 1: Profils de raies et spectroscopie

1 Spectroscopie

L'élément essentiel d'un spectromètre est un réseau d'amplitude qui permet de séparer spatialement les différentes composantes spectrales de la lumière incidente. Celui-ci est utilisé dans un montage dit de Fraunhofer, c'est-à-dire entre deux lentilles convergentes, la première (de distance focale f'_1) faisant l'image à l'infini d'une fente source, la seconde (de distance focale f'_2) ramenant l'infini sur un écran à distance finie. On considère un réseau ayant 5000 traits/cm, de longueur $L = 2,5$ cm. Soit a la distance entre deux traits (le pas du réseau).

1. L'intensité diffractée par un réseau à N traits s'écrit : ¹

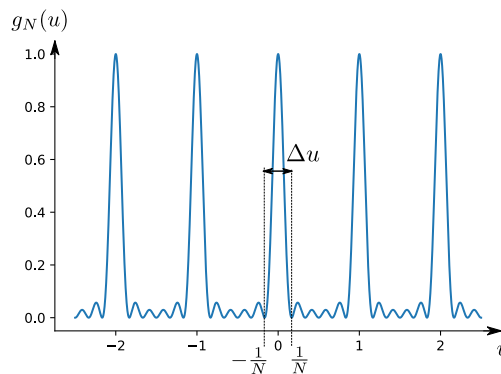
$$I(\varphi) = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} \quad \text{avec} \quad \varphi = 2\pi \frac{a}{\lambda_0} (\sin \theta - \sin \theta_i) \quad (1)$$

où θ_i et θ sont les angles d'incidence et de sortie de l'onde par rapport au réseau. On définit la fonction

$$g_N(u) = \frac{\sin^2(\pi Nu)}{N^2 \sin^2(\pi u)} \quad \text{telle que} \quad I(\varphi) = N^2 I_0 g_N(\varphi/2\pi). \quad (2)$$

Tracer $g_N(u)$. Quelle est la largeur des pics principaux de la figure de diffraction d'une source monochromatique passant par le réseau ?

Correction



La fonction $g_N(u)$ est nulle lorsque son numérateur s'annule, c'est-à-dire pour tous les $u = \frac{p}{N}$ avec $p \in \mathbb{Z}$, sauf pour les cas particuliers où $u = 0[1]$. Un développement limité pour g_N montre en effet que la fonction vaut 1 en ces points, qui sont les maxima de la fonction.

Donc la taille de la tache centrale est $\delta u = 2/N$, soit $\Delta\varphi = 4\pi/N$ pour l'intensité $I(\varphi)$.

Remarque : Peut-on en déduire la taille angulaire ou linéaire ? Prenons une incidence normale pour simplifier ($\theta_i = 0$). En différenciant l'expression de φ on trouve

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{a \cos \theta} \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{2\lambda}{Na \cos \theta} = \frac{2\lambda}{L \cos \theta} \approx \frac{2\lambda}{L}$$

où la dernière égalité est obtenue en faisant l'approximation des petits angles ($\cos \theta \approx 1$). On en déduit ainsi la largeur angulaire d'un pic principal. Un regard attentif peut trouver une grande similitude avec la formule souvent donnée pour la diffraction : l'ouverture angulaire de diffraction vaut $\sin \theta \sim \frac{\lambda}{L}$ avec L la taille de l'objet. C'est en fait la même interprétation : la largeur non-nulle du pic vient du fait que le réseau est de taille finie L , donc diffracte !

1. On a supposé les traits infiniment fins, sinon il faudrait multiplier cette fonction par le facteur de forme du motif, ici un sinus cardinal qui dépend de l'épaisseur des traits.

On peut obtenir la largeur linéaire dans l'approximation des petits angles, puisque $\tan \theta = \theta = X/f'_2$, ainsi, sur l'écran la tache de diffraction a une largeur

$$\Delta X_{\text{diff}} = \frac{2f'_2 \lambda}{L}.$$

On retrouve le résultat précédent : la tache a une certaine largeur due à la taille de l'objet **total**, peu importe sa structure fine et en particulier le fait que nous ayons ici un réseau ! Il s'agit donc simplement de la tache centrale de la figure de diffraction par une fente, de largeur L .

On a tout intérêt à avoir le réseau le plus grand possible —ou plutôt la partie éclairée du réseau la plus grande possible— pour avoir une bonne résolution.

2. Donner la position angulaire des maxima d'intensité, en déduire la loi des réseaux. De combien varie l'angle θ si la longueur d'onde change de $d\lambda$ à ordre fixé à un ordre m donné ? En utilisant le critère de Rayleigh², en déduire le pouvoir de résolution $PR = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$ du réseau, où $\delta\lambda$ est le plus petit écart en longueur d'onde observable, en fonction de N et m . L'estimer numériquement.

Correction

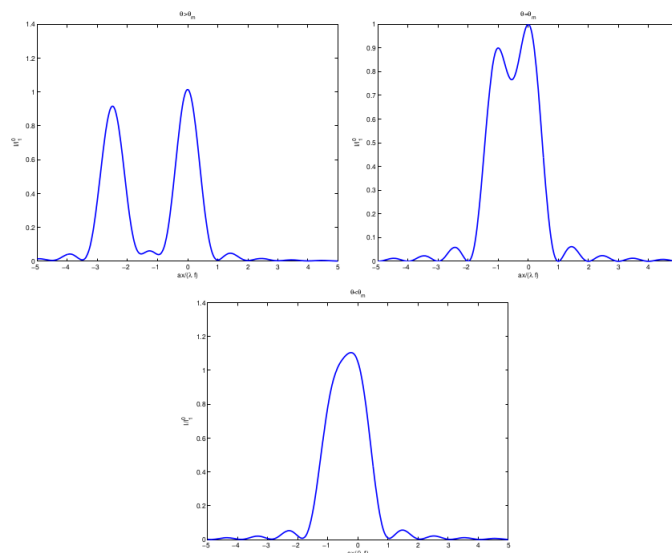
Les maxima sont donnés par $\varphi = 0[2\pi]$, ce qui donne la formule des réseaux bien connue :

$$\sin \theta_m - \sin \theta_i = m \frac{\lambda}{a}.$$

Donc deux longueurs différentes de $d\theta$ auront des angles de diffraction proches séparés de $d\theta$ donné par

$$d\theta \cos \theta = d\lambda \frac{m}{a}.$$

Maintenant, peut-on séparer deux longueurs d'onde très proches ? La question revient à : à partir de quand ne peut-on plus séparer deux pics ? Le choix historique est le critère de Rayleigh, la limite est lorsque la distance entre les pics est égale à la demi-taille de ces pics. La figure ci-dessous illustre cette limitation : en diminuant la distance entre deux pics, ils deviennent indiscernables.



En terme du paramètre φ cela signifie $\delta\varphi_{\text{lim}} = \frac{2\pi}{N}$. Or

$$d\varphi = 2\pi \frac{a}{\lambda} \cos \theta d\theta = 2\pi \frac{a}{\lambda} d\lambda \frac{m}{a}$$

où on a utilisé le lien entre $d\theta$ et $d\lambda$ trouvé à cette question. On a $d\varphi \geq \frac{2\pi}{N}$, d'où

$$PR = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \leq Nm$$

2. Le critère de Rayleigh est un critère empirique qui précise que deux taches lumineuses sont distinguables l'une de l'autre tant qu'elles se sont pas trop proches, la limite étant lorsque le maximum de l'une est superposé au minimum de l'autre.

A.N. : un réseau de taille 5 cm a typiquement 500 traits/mm. En supposant qu'il est complètement éclairé, on a $N = 5000$. Donc pour l'ordre $m = 1$, le pouvoir de résolution vaut $PR = 5 \times 10^3$.

3. (Bonus) Le pouvoir de résolution est également limité par le choix de la fente d'entrée du spectromètre : si on veut travailler à grande luminosité, on doit avoir une fente source large. Quel est le pouvoir de résolution lié à la taille de la fente d'entrée ? On calculera pour cela la distance sur l'écran entre l'image de la fente pour deux longueurs différentes.

Correction

Soit s la largeur de la fente source, son image géométrique sur l'écran vaut γs où γ est le grandissement du système. En l'occurrence, un argument géométrique simple donne $\gamma = \frac{f'_2}{f'_1}$.

Deux longueurs d'onde proches sont résolues si $\Delta X \geq \gamma s \Delta \lambda = \frac{\gamma s}{f \frac{d\theta}{d\lambda}}$. Le pouvoir de résolution dû à la largeur géométrique de la source est donc $PR = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = m \lambda \frac{d\theta}{d\lambda} \frac{f'_2}{\gamma s}$.

4. Un spectromètre commercial est-il fidèle à la description faite dans l'énoncé ?

Correction

Très peu. Le seul élément vraiment présent est le réseau de traits, mais :

- les lentilles sont remplacées par des miroirs concaves, pour s'affranchir de la dispersion inhérente aux lentilles faites d'un matériau diélectrique. En effet, la dépendance en longueur d'onde est critique pour un spectromètre...
- le réseau est plutôt utilisé en réflexion qu'en transmission ;
- l'écran est bien sûr remplacé par un capteur CDD ;
- la fente d'entrée est une fibre optique où le diamètre joue le rôle de la largeur de la fente.

Correction

Remarque : Le réseau est un instrument très riche sur lequel nous reviendrons. On parlera de réseau blazé, de réseau de phase, etc.

2 Profils de raie

La partie précédente a montré les limitations d'un spectromètre. On suppose avoir un appareil de mesure parfait, et on s'intéresse maintenant à la forme d'une raie d'émission d'une source lumineuse spectrale.

5. Il est habituel en spectroscopie de parler en fréquence ν ou en pulsation ω plutôt qu'en longueur d'onde d'une vibration lumineuse. Quel est l'ordre de grandeur de la fréquence de la raie verte du mercure ? De la distance fréquentielle entre les deux fréquences du doublet du sodium ?

Correction

La raie verte du mercure est $\lambda = 546,1 \text{ nm}$, et correspond à $\nu = \frac{c}{\lambda} = 5,49 \times 10^{14} \text{ Hz} = 549 \text{ THz}$.

Le doublet du sodium a pour longueur d'onde $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$, donc une différence $\Delta \lambda = 0,6 \text{ nm}$. La différence de fréquence associée : $\Delta \nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda = 0,5 \text{ THz} = 5 \times 10^{11} \text{ Hz}$.

2.1 Largeur naturelle

6. On s'intéresse à une transition atomique entre deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 . Justifier que si le coefficient d'émission spontanée A_{21} est non-nul, alors la raie liée à cette transition aura une largeur spectrale finie. Estimer cette largeur dans le cas d'une transition permise $A_{21} \sim 10^8 \text{ s}^{-1}$ et une transition interdite $A_{21} \sim 10^{-15} \text{ s}^{-1}$.

Correction

Si A_{21} est non-nul (ce qui est toujours le cas pour un état excité), cela signifie que les niveaux excités, bien qu'étant des états propres de l'atome, ne sont pas des états propres du système complet { atome + rayonnement }. Ils ont donc une durée de vie τ , reliée à la largeur en énergie du niveau δE par la relation d'Heisenberg : $\tau \delta E \approx \hbar$. Or A_{21} est justement le taux de passage par unité de temps, donc $\tau = 1/A_{21}$. Ainsi : $A_{21} \approx \frac{\delta E}{\hbar} = \frac{\delta \nu}{2\pi}$.

Dans le cas d'une transition permise, $\delta \nu \approx 10^7 \text{ Hz}$ et pour la transition interdite $\delta \nu \approx 10^{-16} \text{ Hz}$.

7. Pour modéliser la forme spectrale de la raie, on part du modèle classique de l'électron élastiquement lié, dans lequel on ajoute une force de frottements qui modélise l'effet de la perte d'énergie par rayonnement. Proposer par analyse dimensionnelle une expression de γ , le coefficient d'amortissement dans l'expression de la force $\vec{F} = -m_e\gamma\vec{v}$, en admettant que $\gamma \propto \omega^2$. Estimer numériquement γ .

Correction

Pour démarrer l'analyse dimensionnelle, il faut identifier les paramètres pertinents. Il s'agit de la dynamique de l'électron, avec un problème d'interaction électromagnétique. On peut donc considérer sa masse m , sa charge e , et la force du champ électrique dans le milieu ϵ_0 . De plus, puisqu'on parle d'interaction électromagnétique, on peut ajouter c la célérité de la lumière.

Mais pour se faciliter la vie, on peut se rappeler que e et ϵ_0 n'apparaissent jamais de façon isolés, toujours sous la forme $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$. Ce dernier paramètre est une énergie à une distance près. On a ainsi le tableau suivant

Grandeur	γ/ω^2	m	$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$	c
Dimension	T	M	M.L ³ .T ⁻²	L.T ⁻¹

En simplifiant la masse, puis la longueur, on trouve finalement

$$\gamma \propto \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^3} \omega^2.$$

On peut estimer γ pour une raie à 500 nm :

$$\gamma = \frac{10^{10} \times (1,6 \times 10^{-19})^2}{10^{-30} \times (3 \times 10^8)^3} \times 4\pi^2 \times (500 \times 10^{12})^2 \approx 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

8. En présence d'une onde de pulsation ω , déterminer la position de l'électron en fonction de ω et des paramètres du problème. En déduire la polarisabilité du système, puis la susceptibilité électrique χ en supposant être dans un milieu dilué de densité particulière N .

Correction

La seconde loi de Newton donne, en notation complexe

$$-\omega^2 \underline{r} - i\omega\gamma \underline{r} + \omega_0^2 \underline{r} = \frac{-eE_0}{m}$$

ce qu'on peut écrire :

$$\underline{r} = \frac{-eE_0}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2) - i\omega\gamma}.$$

Le dipôle induit s'écrit $\vec{p} = e(-\vec{r})$ par définition du moment dipolaire. Or on définit la polarisabilité α par $\vec{p} = \epsilon_0 n \alpha \vec{E}$. Enfin, dans un milieu dilué où le champ ressenti par tous les atomes est le même, on a $\chi = N\alpha$. Ainsi :

$$\chi = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2) - i\omega\gamma} = \omega_p^2 \frac{(\omega^2 - \omega_0^2) + i\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2}. \quad (3)$$

9. On rappelle que dans un milieu diélectrique, la puissance volumique moyenne cédée aux charges par un champ électrique s'écrit $\mathcal{P} = \left\langle \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \cdot \vec{E} \right\rangle$ où le vecteur polarisation s'écrit $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$. En déduire que c'est la partie imaginaire de χ qui contient l'information de l'absorption de l'onde. Ainsi, montrer que si $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ est proche de la fréquence propre du système, l'absorption a la forme d'une lorentzienne :

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{\delta^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad \text{avec} \quad \delta \propto \gamma. \quad (4)$$

Correction

Calculons la puissance volumique en régime sinusoïdal :

$$\mathcal{P} = \left\langle \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \cdot \vec{E} \right\rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\varepsilon_0 \chi \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \vec{E}^* \right) = -\frac{\omega \varepsilon_0}{2} |\vec{E}|^2 \operatorname{Re}(i\chi) \propto \operatorname{Im} \chi$$

Donc de la puissance est cédée aux charges seulement si $\operatorname{Im} \chi$ est non-nul. On aura alors de l'absorption dans le milieu.

En supposant ω proche de ω_0 , la formule précédente se simplifie en :

$$\operatorname{Im}(\chi) = \omega_p^2 \frac{\omega_0 \gamma}{4\omega_0^2 (\omega - \omega_0)^2 + \omega_0^2 \gamma^2} = \frac{\omega_p^2}{4\omega_0} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} = \frac{\omega_p^2}{4\pi\omega_0} \frac{\gamma/4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma/4\pi)^2}$$

On peut finalement l'écrire en fonction de la fréquence ν :

$$\mathcal{P} \propto \frac{\delta}{(\nu - \nu_0)^2 + \delta^2} \quad \text{avec} \quad \delta = \frac{\gamma}{4\pi}$$

Nous trouvons ainsi que l'absorption de l'électron a une forme de lorentzienne de largeur δ .

Correction

Malgré l'analyse purement classique, le modèle de Lorentz est très fertile car les résultats quantiques en sont très proches. Quelques limitations :

- Lorsque ν est très proche de ν_0 , la saturation quantique du niveau excité se fait sentir, et va limiter la divergence de $\operatorname{Im}(\chi)$.
- Dans le cas de plusieurs raies, le modèle classique ne permet pas d'estimer les importances relatives des raies : les forces d'oscillateur.

2.2 Effet des collisions (Bonus)

Les collisions entre atomes provoquent des désexcitations supplémentaires, elles diminuent donc la durée de vie d'un niveau excité. La présence de collisions modifie le coefficient δ dans le profil de raie.

10. À température et pression ambiante, exprimer par un calcul microscopique le nombre moyen de collisions subies par une particule par unité de temps γ_{coll} en fonction de la densité particulaire. L'estimer.

Correction

De façon équivalente, on cherche à estimer le temps τ entre deux collisions, ce qui revient à calculer le libre parcours moyen $\ell = v\tau$. Un atome de section efficace S (on prendra $S = \pi r^2$ l'aire de sa surface transverse), traversera un volume $Sv\tau$ pendant ce temps, et avec une densité de particules n , on aura collision lorsque l'atome rencontrera en moyenne une autre particule. Donc : $nSv\tau = 1$. On retrouve l'expression du libre parcours moyen $\ell = 1/nS$ à ne pas confondre avec la distance interparticulaire $n^{-1/3}$.

Pour l'application numérique :

- $S = \pi r^2 = 10^{-19} \text{ m}^2$
- la vitesse des particules est une vitesse thermique : $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 500 \text{ m s}^{-1}$.
- le nombre de particules dans l'atmosphère ? On sait que l'air est composé de diazote essentiellement, à une masse volumique $\rho = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$. Avec la masse d'un nucléon $m_n \approx 5 \times 10^{-27} \text{ kg}$, et $N = 2 \times 2 \times 14 \approx 50$ nucléons pour le diazote, la densité particulaire donne : $n = \frac{\rho}{Nm_n} \sim 10^{25} \text{ m}^{-3}$.

Finalement $\gamma_{\text{coll}} = \frac{1}{\tau} = nSv = 10^{24} \times 10^{-19} \times 500 = 10^8 \text{ s}^{-1}$.

11. Grâce à cet ordre de grandeur, justifier que certaines transitions électroniques sont difficilement observées.

Correction

Si le taux A_{21} est petit devant γ_{coll} , alors ce sont les collisions qui vont dépeupler essentiellement le niveau excité. Celui-ci va être dépeuplé via tous les niveaux possibles de l'atome, on ne verra pas la transition $2 \rightarrow 1$.

2.3 Effet Doppler

Nous n'avons pas encore considéré l'effet de la température. Or dans une expérience typique, la source est un gaz d'atomes à l'équilibre thermique à la température T . On regarde le spectre d'émission de la source.

12. Justifier la présence d'un effet Doppler sur la fréquence observée. Quelle est la conséquence de l'effet Doppler sur la fréquence de la raie vue par l'observateur? Donner l'expression du décalage en fréquence $\Delta\nu$ d'une onde issue d'un atome à la vitesse v_z dans la direction de l'observateur.

Correction

À une température T , les atomes ont un mouvement d'agitation thermique et donc sont en permanence en mouvement. Un photon émis à la fréquence ν_0 dans le référentiel de l'atome sera vu par l'observateur en $z = \infty$ à la fréquence $\nu = \nu_0(1 + \frac{v_z}{c})$ avec v_z la projection de la vitesse de l'atome selon Oz .

13. En déduire la distribution spectrale vue par un observateur, en supposant que la raie est initialement monochromatique.

Correction

Supposons donc que l'onde émise par l'atome est monochromatique à ν_0 . La distribution des vitesses des atomes est maxwellienne, avec $f(v_z) \propto e^{-mv_z^2/2kT}$. La formule de l'effet Doppler donne $\nu = c\frac{\nu_0 - \nu_0 v_z/c}{c - v_z}$. Donc la distribution des fréquences qui sera observée selon l'axe Oz est $g(\nu) \propto e^{-mc^2(\nu - \nu_0)^2/2kT\nu_0^2}$. Le profil de raie observée est donc gaussien :

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_{\text{Dop}}} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\Delta\nu_{\text{Dop}}^2}}$$

avec un élargissement Doppler donné par :

$$\Delta\nu_{\text{Dop}} = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \approx \nu_0 \frac{v_{\text{therm}}}{c}.$$

14. Estimer l'élargissement spectral d'une raie à température ambiante par effet Doppler. Faire également le calcul à $T = 5700$ K. Comparer la largeur obtenue à la largeur naturelle et celle obtenue par collisions.

Correction

Pour un gaz de sodium à température ambiante, $\Delta\nu_{\text{Dop}} = 5 \times 10^{14} \times \frac{500}{3 \times 10^8} = 8 \times 10^8 = 0,8$ GHz.

Pour du sodium à $T = 220$ °C = 493 K, on trouve $\Delta\nu_{\text{Dop}} = 1,1$ GHz

Pour $T = 5700$ K (température de surface du Soleil), le facteur 20 sur la température donne un facteur 5 sur la largeur spectrale : $\Delta\nu_{\text{Dop}} = 4$ GHz.

Les effets de collisions et de largeur naturelle donnaient des largeurs typiques de $10^8 \text{ s}^{-1} = 0,1$ GHz, donc en général dominés par l'effet Doppler. En choisissant des lampes haute pression à température ambiante, il est cependant possible d'observer l'élargissement lorentzien dû aux collisions.

15. L'effet Doppler donne donc un profil de raie $\phi_{\text{Dop}}(\nu)$ différent de celui lorentzien de la largeur naturelle ou des collisions $\phi_{\text{nat}}(\nu)$. Proposer une expression du profil $\phi(\nu)$ prenant en compte les deux effets.

Correction

Les effets sont indépendants les uns des autres. Lorsqu'on observe une fréquence ν , une partie peut être dû aux collisions et l'autre à l'effet Doppler. Le profil général peut donc s'écrire comme une convolution entre les deux profils :

$$\phi(\nu) = \int \phi_{\text{Dop}}(\nu') \phi_{\text{nat}}(\nu - \nu') d\nu'.$$

Cette fonction est appelée profil de Voigt. Proche de ν_0 , c'est le caractère gaussien qui domine, et la fonction lorentzienne domine les ailes de la distribution.

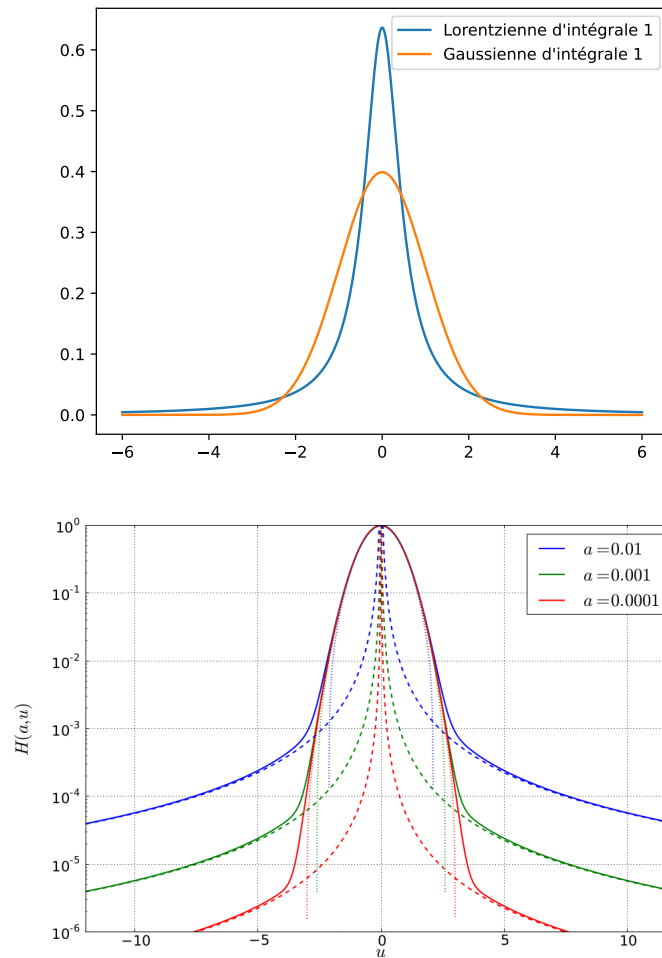


FIGURE 4.4 – Profils de Voigt en traits pleins pour $a = 10^{-2}$ (bleu), $a = 10^{-3}$ (vert) et $a = 10^{-4}$ (rouge). Les courbes en pointillés représentent les approximations Gaussiennes au centre de chaque profil, et les courbes en tirets les approximations Lorentziennes dans les ailes. Noter que l'axe des ordonnées est en échelle logarithmique. F. Levrier, cours de M2 astronomie

3 Dépasser l'effet Doppler

L'effet Doppler est souvent l'effet dominant qui détermine la forme et la largeur d'une raie, même à basse température puisque les systèmes sont fréquemment très dilués. En laboratoire, plusieurs techniques ont été développées pour s'affranchir de ce phénomène, cette partie a pour objectif d'en introduire quelques-unes.

Refroidissement laser des atomes (PN 1997)

16. Afin de limiter l'effet Doppler, on cherche à refroidir les atomes du gaz d'intérêt, ce qui est possible jusqu'à une température de l'ordre de quelques kelvins à l'hélium liquide. Il est possible à ce stade de refroidir le gaz grâce à l'effet Doppler : supposons que le gaz est constitué d'atomes avec une fréquence de transition à ν_0 . Expliquer en quoi envoyer deux faisceaux laser contrapropageants sur le gaz à la fréquence $\nu \leq \nu_0$ permettre de refroidir le gaz d'atomes dans la direction de propagation des faisceaux lasers.

Correction

Petit aparté : il faut bien différencier *ralentir* et *refroidir* un gaz d'atomes. Ralentir signifie translater sa distribution de vitesses vers 0, alors que refroidir signifie diminuer la *largeur* de la distribution (reliée à \sqrt{T}).

Supposons qu'un atome ait une vitesse selon l'axe de propagation des lasers. Si sa vitesse est nulle, alors il n'interagit pas avec les faisceaux puisqu'ils sont désaccordés. Cependant, s'il se déplace vers les $z > 0$, il verra la fréquence ν du faisceau allant vers les $z < 0$ décalée vers le bleu, qui pourrait alors égaler ν_0 , et déclencher une absorption ! En revanche il ne pourra pas interagir avec l'autre faisceau laser. Et la situation est symétrique si l'atome se déplace vers les $z < 0$.

Après avoir absorbé un photon, les atomes vont certes en réémettre un, mais dans une direction *aléatoire*. Donc en moyenne après de nombreux cycles, on aura une diminution de la quantité de mouvement, et donc d'énergie grâce à la pression de radiation des lasers. Il s'agit bien ici de *refroidir* et non de *ralentir*, puisque seuls les atomes à la « bonne » vitesse pourront interagir avec les lasers. La distribution de vitesses reste globalement à la même position, mais s'affine : T diminue.

17. Lors du processus décrit précédemment, quelle est la variation de quantité de mouvement subie par la particule lorsque celle-ci absorbe un photon ?

Correction

La quantité de mouvement d'un atome de sodium ($m = 23 \times 1,7 \times 10^{-27} = 3,9 \times 10^{-26}$ kg) à l'ambiante $p = mv = 2,1 \times 10^{-23}$ N s. La variation de quantité de mouvement est au maximum celle du photon absorbé (ça dépend en fait de la direction de l'atome) : $\Delta p = \frac{h\nu}{c} = h/\lambda = 2 \times 10^{-28}$ N s. Donc la variation est très petite par rapport à la valeur de la quantité de mouvement. Il faut un grand nombre de cycles pour que le processus devienne efficace.

Les températures typiques atteintes par ce mécanisme sont 180 μ K pour le Rb et 40 μ K pour l'He. L'efficacité du mécanisme diminue lorsque la température diminue, et la limitation provient du nombre de cycles d'absorption/émission par unité de temps.

Spectroscopie en absorption saturée

Une possibilité pour retrouver simplement la fréquence ν_0 d'une transition atomique d'un nuage de gaz en se débarrassant de l'effet Doppler est d'utiliser un mécanisme de *pompe-sonde*. On envoie selon \vec{e}_x un laser sonde à ν de faible intensité dont on mesure l'absorption après le passage au travers du nuage de gaz. On envoie de plus un laser pompe de grande intensité à la même fréquence, selon $-\vec{e}_x$. Ce laser est capable de saturer une transition atomique s'il est réglé à la bonne fréquence.

18. Étudier les cas $\nu < \nu_0$, $\nu > \nu_0$ et $\nu = \nu_0$. Justifier la courbe de la Fig. 1, résultat expérimental d'une mesure d'absorption saturée sur une transition du rubidium.

Correction

Si $\nu < \nu_0$, le faisceau sonde est absorbé par les atomes avec $v_z < 0$, et le faisceau pompe par ceux à $v_z > 0$. On observe le même profil que sans pompe. Le même raisonnement fonctionne pour $\nu > \nu_0$.

Par contre, pile à $\nu = \nu_0$, la sonde et la pompe vont interagir avec les *mêmes* atomes : ceux dont $v_z = 0$. Or le faisceau pompe va saturer la transition en excitant tous les atomes cibles, la sonde ne verra aucun atome à exister, et passera sans être absorbée. D'où une remontée à μ_0 dans la courbe de transmission !

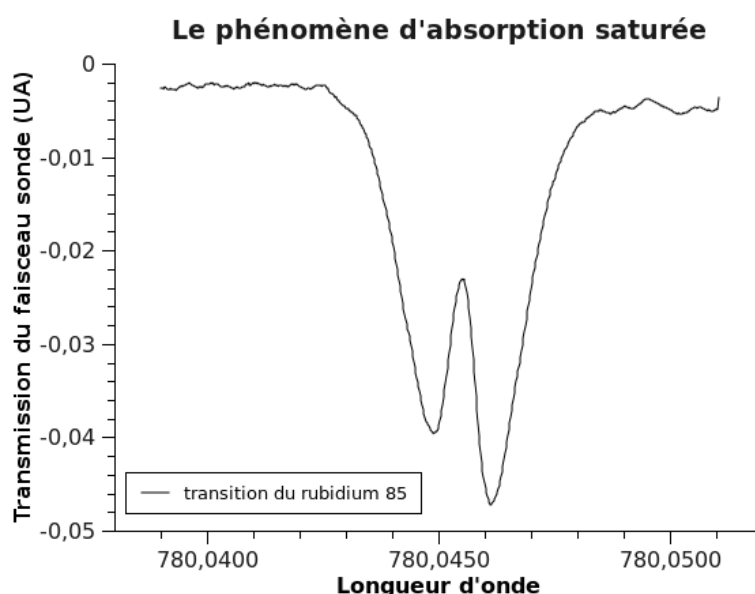


FIGURE 1 – Transmission du laser sonde à travers le nuage de gaz en fonction de sa longueur d'onde.

Absorption à deux photons

Une autre possibilité (plus technique) pour éliminer l'effet Doppler est d'utiliser une absorption à **deux photons**. Voici des extraits d'un article [1] qui a prouvé expérimentalement que cette méthode permettait d'améliorer drastiquement la résolution spectrale.

Lire l'article, et répondre en groupes aux questions ci-dessous :

1. Expliquer théoriquement le principe de la méthode, l'avantage d'une absorption à deux photons pour dépasser l'effet Doppler, ainsi que les limitations.

Correction

L'objectif est d'annuler l'effet Doppler en faisant absorber à un atome à la vitesse v deux photons contrapropageants. S'il absorbe deux photons à ω , en fait il les voit à $\omega(1 \pm \frac{v}{c})$. Donc, comme il doit absorber une énergie $\Delta E_{12} = \hbar\omega_{12}$ pour changer de niveaux, la conservation de l'énergie donne

$$\hbar\omega_{12} = \hbar\omega(1 + \frac{v}{c}) + \hbar\omega(1 - \frac{v}{c}) = 2\hbar\omega$$

La vitesse de l'atome v disparaît de l'équation. ω est exactement la moitié de ω_{12} .

Une limitation donnée par l'article est que si ω n'est pas exactement à $\omega_{12}/2$, alors il pourrait y avoir un autre phénomène d'absorption en compétition. Supposons que $\omega < \omega_{12}/2$, alors l'atome pourrait absorber deux photons dans la même direction qui se rapprochent de lui. On aurait alors :

$$\hbar\omega_{12} = \hbar\omega(1 + \frac{v}{c}) + \hbar\omega(1 + \frac{v}{c}) = 2\hbar\omega + \frac{2v}{c}$$

et donc obtenir un signal pour ω qui n'est pas exactement à résonance. Cependant, la probabilité d'absorber deux photons se propageant dans le même sens est beaucoup plus petite que celle d'absorber des photons contrapropageants. Donc c'est une petite limitation.

2. Vue la structure de niveaux, quelle serait la séparation en pulsation ω de l'onde incidente attendue entre les deux transitions ?

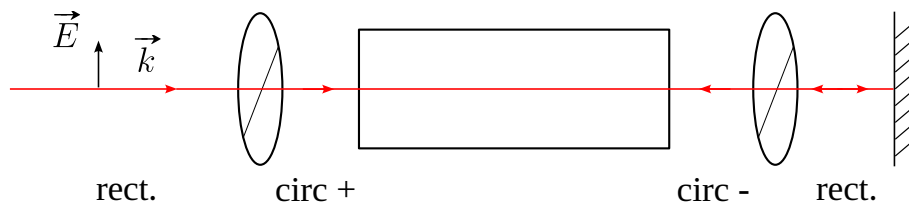
Correction

Une complication dans le sodium, la structure de niveaux est telle que deux raies sont très proches. D'après le diagramme, on aura deux raies séparées de $(1771 - 155)/2 = 808$ MHz. C'est effectivement ce qu'on observe sur les résultats expérimentaux (pas à cette précision bien sûr).

3. Faire un schéma rapide du montage. Expliquer comment les auteurs obtiennent des ondes polarisées π (rectilignement), σ^\pm (circulairement gauche ou droite). Sans entrer dans le détail, expliquer l'intérêt d'une telle transformation.

Correction

Une lame quart d'onde permet de transformer une onde rectiligne en une circulaire (à condition que les la polarisation soit à 45° des lignes neutres de la lame). On a donc le schéma suivant :



À retenir

- * Les spectromètres ont une limitation spectrale due à (1) le pas de leur réseau (2) la taille de la fente (ou fibre) d'entrée ;
- * Les raies ont trois sources d'élargissement spectral : leur largeur naturelle (lorentzien), les collisions avec les

atomes du gaz (lorentzien), et l'effet Doppler (gaussien).

- ★ À température ambiante, c'est l'effet Doppler qui domine. La largeur naturelle est très en deçà des deux autres élargissements.
- ★ L'effet Doppler peut être utilisé pour aider à refroidir un gaz d'atomes.
- ★ Il existe des techniques de spectroscopies pour éliminer l'effet Doppler : l'absorption saturée et l'absorption à deux photons.

Références

- [1] Biraben et al., "Experimental Evidence of Two-Photon Transition without Doppler Broadening" *Phys. Rev. Lett.* **32**, 643 (1974).

Experimental Evidence of Two-Photon Transition without Doppler Broadening

F. Biraben, B. Cagnac, and G. Grynberg

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'École Normale Supérieure, associé au Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paris VI, 75231 Paris Cedex 05, France

(Received 28 January 1974)

Experiments on the 3S-5S two-photon transition in sodium give evidence that Doppler broadening is eliminated if the atom absorbs two photons propagating in opposite directions. The proof is given by the comparison of the two-photon absorption line shape in traveling and standing waves.

We first summarize the principle of the method.² Consider an atom moving at a velocity \vec{v} , in a standing wave of circular frequency ω . In its rest frame, this atom interacts with two oppositely traveling waves of frequencies $\omega(1 - v_x/c)$ and $\omega(1 + v_x/c)$, respectively. We suppose that the atom can reach an excited state e (energy $\hbar\omega_e$) by absorbing two photons in the ground state g (energy $\hbar\omega_g$). At resonance, the following condition is fulfilled:

$$\hbar\omega_e - \hbar\omega_g = \hbar\omega(1 - v_x/c) + \hbar\omega(1 + v_x/c) = 2\hbar\omega. \quad (1)$$

The terms depending on the velocity of the atom disappear, indicating that, at resonance, all the atoms, irrespective of their velocities, can absorb two photons. Theoretically the width of this resonance is of the same order of magnitude as the natural linewidth. If ω does not fulfill the resonant condition (1), but is still close to it, the atoms cannot absorb two photons propagating in opposite directions, although some atoms of definite velocity v_x can absorb two photons propagating in the same direction.

The experimental results obtained under the above mentioned conditions are presented in the three diagrams of Fig. 2. Figure 2(a) shows a preliminary experiment: The atoms interact with only one traveling wave (*without mirror*). In this case, the theoretical curve is the sum of the Doppler lines corresponding to the two hyperfine transitions $F=2 \rightarrow F'=2$ and $F=1 \rightarrow F'=1$ [these Doppler lines are the dashed lines in Fig. 2(a), the sum of these Doppler lines is a solid line]. The experimental points are spread over a range of 2000 MHz with a similar intensity. The intensity of the maximum is much smaller than the ones of Figs. 2(b) and 2(c), which show resonances in the absence of the Doppler effect [the vertical scale of Fig. 2(a) is expanded by a factor of 10].

Figure 2(b) shows the experimental points obtained when the laser beam is *reflected back in the cell*. The laser beam is *linearly polarized*. In this case the atoms can either absorb two photons of the same wave, or two photons propagating in opposite directions. The Doppler line due to absorption of photons of the same wave is printed on Fig. 2(b), the intensity of this line is much smaller than that of the two narrow peaks which correspond to the two hyperfine transitions without Doppler broadening. The present uncertainty in the laser frequency prevents us from giving any significance to the experimental widths of the peaks, or assigning a precise value to the hyperfine structure of the 5S level.

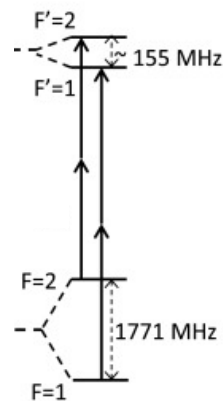


Figure 2(c) shows the experimental points when *one traveling wave is polarized σ^+ and the other is polarized σ^-* . This is accomplished by placing one quarter-wave plate before the sodium cell, and another one between the cell and the mirror. In this case, the atom must absorb one photon of each wave since the selection rule $\Delta m_F = 0$ forbids the absorption of two σ^+ or two σ^- photons.¹ One sees that the experimental signal is equal to zero outside the frequency range of the two peaks. The Doppler background disappears by using this polarization configuration. We have performed another test by removing the mirror and observing that the signal disappears since the atom cannot absorb two photons of a σ^+ traveling wave.

