Optique géométrique – TD 1

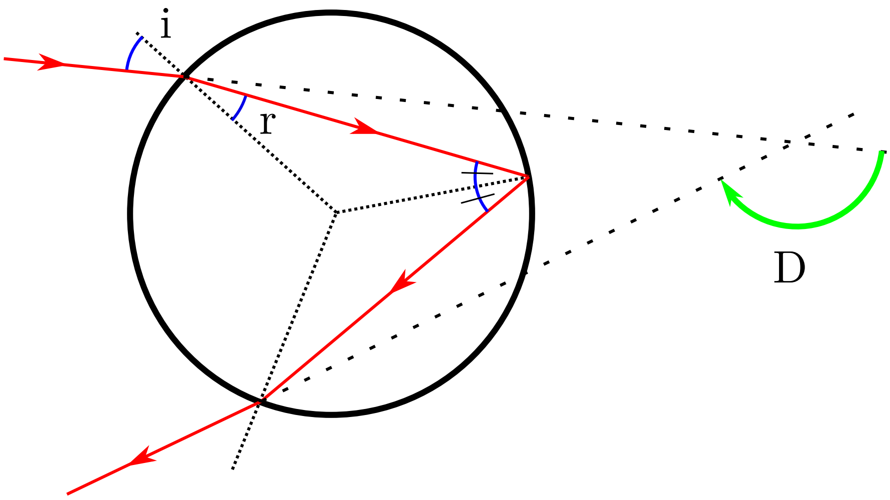
7 septembre 2020

Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice, utilisée pour le transport de l'information sur des courtes distances, est composée de deux cylindres concentriques : le premier est *le cœur* (d'indice n_1 et de rayon $a \simeq 50\,\mu\text{m}$), entouré par *la gaîne* (d'indice n_2 et de rayon $b \simeq 150\,\mu\text{m}$).

1. Pour qu'un rayon lumineux puisse être piégé par réflexion totale dans le cœur, doit-on avoir ($n_1 = 1{,}51$ et $n_2 = 1{,}52$) ou bien ($n_1 = 1{,}52$ et $n_2 = 1{,}51$) ?
2. Calculer l'angle i_m minimal d'incidence sur l'interface gaine/cœur pour avoir réflexion totale.
3. On s'intéresse maintenant à l'entrée du faisceau laser dans la fibre. Soit θ l'angle entre le rayon incident de l'air et la normale à la surface d'entrée de la fibre. Relier θ et i. On appelle *ouverture numérique* la quantité $ON = \sin\theta_{\text{max}}$, θ_{max} étant la valeur maximale de l'angle θ pour avoir réflexion totale dans la fibre.
4. On s'intéresse à la durée mise par un rayon lumineux pour parcourir 10 km de fibre optique. Évaluer les durées τ_{min} et τ_{max} mises par des rayons se propageant respectivement parallèlement à la fibre optique et avec l'angle limite i_m.
5. Pourquoi l'écart entre τ_{min} et τ_{max} limite-il le débit d'une fibre optique ?

Les arcs-en-ciel



On considère un rayon lumineux arrivant sur une goutte d'eau d'indice $n = 1{,}33$ en suspension dans l'atmosphère.

1. Exprimer l'angle de déviation D en fonction des angles i et r.
2. Trouver une relation entre i à r puis tracer numériquement $D(i)$.
3. Pour quel angle D_m l'intensité lumineuse émise sera maximale ?
4. Justifier que D_m dépend de la longueur d'onde du rayon incident. On trouve $D_m = 137{,}6°$ pour le rouge et $D_m = 139{,}5°$ pour le bleu. Expliquer le phénomène d'arc-en-ciel.
5. La taille d'une goutte d'eau dans l'atmosphère varie entre quelques microns et une centaine de microns : quel commentaire cela amène-t-il ?

arnaud.raoux@sorbonne-universite.fr

Le prisme

Cf. DM

Mirage

Près d'un sol plus chaud que l'air environnant s'établit un gradient de température : la température de l'air décroît avec l'altitude z.

1. Pourquoi s'attend-on à un indice plus faible aux zones de haute température ? On modélisera par la suite l'évolution de l'indice par $n(z) = n_0(1+\alpha z)$.

2. Tout se passe comme si l'air était constitué d'une succession de milieux homogènes transparents d'épaisseur dz et d'indice $n(z)$. En notant $\theta(z)$ l'angle d'un rayon par rapport à la vertical, montrer que $n(z)\sin(\theta(z))$ est conservé lors de sa progression.

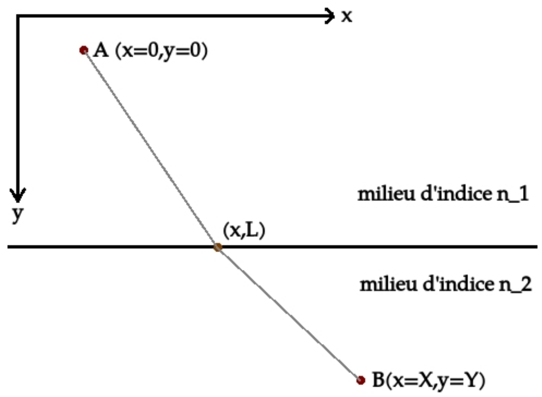
3. On note x la coordonnée horizontale. Montrer que la trajectoire $z(x)$ du rayon lumineux vérifie l'équation différentielle suivante (où A est une constante positive) :

$$\frac{dz}{dx} = \pm\sqrt{A(1+\alpha z)^2 - 1}$$

4. Dessiner une solution de cette équation différentielle lorsque $A < 1$ (on ne cherchera pas à la calculer) et expliquer le phénomène de mirage.

Principe de Fermat

Les postulats de l'optique géométrique peuvent se déduire du principe de Fermat, selon lequel le chemin suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre est celui qui extrémise la durée du parcours. On va vérifier ceci dans un cas simple, en considérant deux points $A(x=0, y=0)$ et $B(x=X, y=Y)$ situés dans des milieux d'indices différents (n_1 et n_2) séparés par un dioptre horizontale d'équation ($y = L$). Le rayon suit deux trajectoires rectilignes qui se coupent en un point (x, L) dont on cherche à déterminer l'abscisse.



1. Soit $\tau(x)$ la durée mise par le rayon pour aller de A à B s'il traverse le dioptre au point d'abscisse x : exprimer $\tau(x)$ en fonction de c, n_1, n_2, L, x, X et Y.

2. Vérifier le principe de Fermat.

arnaud.raoux@sorbonne-universite.fr